APLIKASI DERIVATIF DALAM PERMASALAHAN ANALISIS KEUNTUNGAN MAKSIMUM

Titik Suparwati

Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Uncen, Jayapura
email: tix_az@ymail.com

Abstrak. Penelitian ini mengkaji tentang penerapan salah satu konsep dalam Kalkulus, yaitu Turunan (Derivatif) yang merupakan hasil bagi diferensial. Derivatif erat kaitannya dengan diferensial, artinya jika akan menentukan derivatif suatu fungsi, maka yang dilakukan adalah mendeferensialkan fungsi tersebut. Fokus permasalahan dalam penelitian ini adalah tentang aplikasi derivatif dalam permasalahan analisis keuntungan maksimum dan cara membuat interpretasi dari solusi hasil derivatif tersebut. Penelitian ini berlokasi di ”RM Ayam Bakar Wong Solo”.
Pendekatan penelitiannya menggunakan pendekatan kuantitatif. Jenis datanya adalah data kuantitatif dan bersumber pada buku laporan bulanan neraca keuangan. Metode pengumpulan datanya dengan observasi dan dokumentasi. Analisa data yang digunakan adalah persiapan, tabulasi dan aplikasi derivatif dalam memaksimumkan keuntungan.
Adapun hasil penelitian ini menunjukkan bahwa untuk mengaplikasikan derivatif dalam permasalahan keuntungan maksimum harus menyusun suatu model matematika dari masing-masing jenis menu yang ada di RM Ayam Bakar Wong Solo, kemudian ditentukan penyelesaiannya. Hasil yang diperoleh dari perhitungan dapat diinterpretasikan bahwa perusahaan tersebut mengalami keuntungan maksimum karena hasil penderivatifan kedua adalah negatif untuk semua jenis menu.

Kata kunci : *Derivatif, Aplikasi, Keuntungan Maksimum.*

1. PENDAHULUAN

Dalam ilmu Matematika ada Kalkulus, yang didalamnya terdiri dari beberapa materi, diantaranya adalah konsep Himpunan, Fungsi, Limit dan Turunan (Derivatif). Dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan suatu perubahan suatu variabel dapat menggunakan derivatif. Berbicara masalah variabel, masalah dalam ilmu Ekonomi adalah masalah yang erat kaitannya dengan variabel. Untuk mempermudah perhitungan maka diperlukan adanyan penyederhanaan persoalan, yaitu membatasi jumlah variabel dengan menganggap sebagian variabel tetap atau konstan. Dalam hal ini Kalkulus digunakan sebagai alat analisis dalam menyelesaikan masalah-masalah ekonomi.

Lebih spesifik lagi, derivatif dapat digunakan sebagai alat analisa dalam menyelesaikan masalah-masalah ekonomi, sehingga konsep derivatif dapat diterapkan untuk menyelesaikan masalah-masalah dalam perusahaan. Sebagai contoh dalam perusahaan, seorang manajer ingin memprediksi keuntungan yang akan dicapai. Atau dengan kata lain, seorang manager akan memeperkecil biaya produksi dan memaksimalkan pendapatan (keuntungan/laba).

Adapun perusahaan yang terkait adalah RM Ayam Bakar Wong Solo, Jl Raya Abepura-Kotaraja. Menu yang disediakan antara lain adalah ayam bakar, ayam goreng, lele bakar, lele goreng, mujair bakar, mujair goreng, bebek bakar dan bebek goreng. Selain itu dilengkapi juga dengan aneka sayur dan juga aneka minuman.

2. LANDASAN TEORI

Pengertian Fungsi, Lmit dan Derivatif Fungsi

Definisi 1(Purcell, 2007)

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan padana yang menghubungkan tiap obyek x dalam satu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai $f(x)$ dari himpunan yang kedua. Himpunan yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi tersebut.

Definisi 2 (Purcell, 2007)

(Pengrtian Limit secara intuisi). Untuk mengatakan bahwa $\lim_{x\to c} f(x) = L$ berarti bahwa ketika x dekat tetapi berlainan dengan *c*, maka $f(x)$ dekat ke L.

Definisi 3 (Purcell, 2007)

Derivatif fungsi f adalah fungsi lain f' (dibaca f aksen) yang nilainya pada sebarang bilangan *c* adalah

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(c+h)-f(x)}{h}$$

jika limitnya ada.

Jika limit di atas ada, maka dikatakan bahwa fungsi f terdiferensialkan dan f' disebut derivatif pertama. Selanjutnya, jika f' adalah derivatif dari fungsi *f*, maka f' juga merupakan sebuah fungsi. Jika derivatif pertama dari f' ada, derivatif ini dinamakan derivatif kedua dari *f* atau fungsi yang diderivatifkan kedua kali, dan dinyatakan dengan f'' (dibaca f dua aksen). Dengan cara yang sama, derivatif ketiga dari f atau fungsi yang diderivatifkan ketiga kali, didefinisikan sebagai derivatif pertama dari f'', jika derivatif ini ada. Derivatif ketiga dinyatakan dengan f''' (dibaca '*f* tripel aksen'), dan seterusnya.

Pengertian Maksimum dan Minimum

Definisi 4 (Purcell, 2007)

Misalkan *S* daerah asal *f* memuat titik *c*. Dikatakan bahwa

i. *f*(*c*) nilai maksimum *f* pada *S* jika $f(c) \geq f(x)$ untuk semua *x* di *S;*
ii. *f*(*c*) nilai minimum *f* pada *S* jika $f(c) \leq f(x)$ untuk semua *x* di *S;*
iii. *f*(*c*) nilai ekstrim *f* pada *S* jika *f*(*c*) adalah nilai maksimum atau minimum.

Berikut ini akan diuraikan tentang teorema maksimum dan minimum

Teorema 1 (Purcell, 1992)

(Teorema kewujudan maks – min). Jika *f* kontinu pada selang tertutup [*a*,*b*], maka *f* mencapai nilai maksimum dan nilai minimum.

Teorema 2 (Purcell, 1992)

(Teorema Titik Kritis). Misalkan *f* didefinisikan pada selang *I* yang memuat titik *c*. Jika *f*(*c*) adalah titik ekstrim, maka *c* haruslah suatu titik kritis; yakni *c* berupa salah satu:

i. Titik ujung dari *I;*
ii. Titik stasioner dari $f\left(f'(c)\right) = 0$);
iii. Titik singular dari $f(f'(c) tidak\ ada)$

Derivatif Kedua dan Kecekungan.

Teorema 3 (Purcell, 2007)

(Teorema Kecekungan). Andaikan *f* terdiferensial dua kali pada selang terbuka (*a, b*).

i. Jika $f''(x) > 0$ untuk semua *x* dalam (*a, b*), maka *f* cekung keatas pada (*a, b*).
ii. Jika $f''(x) < 0$ untuk semua *x* dalam (*a, b*), maka *f* cekung kebawah pada (*a, b*).

Derivatif Kedua dan Kecekungan.

Teorema 2.4 (Purcell,2007)

(Teorema Kecekungan). Andaikan *f* terdiferensial dua kali pada selang terbuka (*a, b*).

i. Jika $f''(x) > 0$ untuk semua *x* dalam (*a, b*), maka *f* cekung keatas pada (*a, b*).
ii. Jika $f''(x) < 0$ untuk semua *x* dalam (*a, b*), maka *f* cekung kebawah pada (*a, b*).

Uji Derivatif Pertama dan Uji Derivatif Kedua

Untuk menentukan nilai maksimum dan minimum dapat menggunakan uji derivatif sebagai berikut :

Teorema 2.5

(Uji Derivatif Pertama) Misalkan *f* kontinu pada interval terbuka *(a,b)* yang memuat sebuah titik kritis *c*.

i. Jika $f'(x)$> 0 untuk semua *x* dalam *(a, c)*dan $f'(x) < 0$ untuk semua *x* dalam *(c, b)*, maka *f(c)* adalah nilai maksimum lokal *f*.
ii. Jika $f'(x)$< 0 untuk semua *x* dalam *(a, c)*dan $f'(x) > 0$ untuk semua *x* dalam *(c, b)*, maka *f(c)* adalah nilai minimum lokal *f*.
iii. Jika $f'(x)$bertanda sama pada semua pihak *c*,, maka *f(c)* bukan nilai ekstrim lokal *f*.

Teorema 2.6

(Uji Derivatif Kedua) Misalkan f' dan f'' ada pada setiap titik interval *(a,b)* yang memuat *c*, dan misalkan $f'(c) = 0$

i) Jika $f''(c)$ □ □ 0 , maka $f(c)$ adalah nilai maksimum lokal *f*.
ii) Jika $f''(c)$ □ □ 0 , maka $f(c)$ adalah nilai minimum lokal *f*.

Beberapa Konsep Tentang Ekonomi Mikro

1. **Biaya Marjinal**

Biaya adalah pengorbanan atau pengeluaran yang tidak dapat dihindari untuk menghasilkan atau memproduksi suatu barang dan atau memasarkannya. (Assauri, 1983).

Dalam perusahaan, biaya dikategorikan menjadi 2 bagian, yaitu: biaya tetap *(FC)* dan biaya variabel *(VC)*. Biaya tetap adalah biaya yang tidak tergantung pada kuantitas/jumlah yang dihasilkan. Berapapun unit yang dihasilkan, jumlah biaya tetap dalam jangka pendek senantiasa tidak berubah. Sedangkan biaya variabel adalah biaya yang tergantung pada kuantitas/jumlah yang dihasilkan, semakin banyak jumlah yang dihasilkan, maka akan semakin besar pula biaya variabelnya. (Dumairy, 1999).

Dari biaya tetap dan biaya variabel diperoleh biaya total, di mana biaya total adalah sejumlah biaya yang dibutuhkan untuk memproduksi dan atau memasarkan sejumlah barang atau jasa. Besar kecilnya biaya total ditentukan oleh besar kecilnya jumlah barang yang diproduksi. (Assauri, 1983).

Selain biaya tetap, biaya variabel, dan biaya total, dalam konsep biaya juga dikenal yang namanya biaya rata-rata *(AC)* dan biaya marjinal *(MC)*. Biaya rata-rata adalah biaya per unit yang dibutuhkan untuk memproduksi suatu barang atau jasa pada tingkat produksi tertentu. Jika pada tingkat produksi tertentu mempunyai biaya rata-rata terendah, maka tingkat produksi tersebut merupakan tingkat produksi yang optimal. Untuk mengetahui biaya rata-rata adalah dengan cara membagi biaya total dengan jumlah yang diproduksi. Sedangkan biaya marjinal adalah biaya total yang dibutuhkan akibat pertambahan hasil produksi 1 unit pada suatu tingkat produksi tertentu. Untuk mengetahui besarnya biaya marjinal adalah dengan cara membagi hasil pertambahan biaya total dengan pertambahan jumlah produksi yang diproduksi. (Assauri, 1983).

2. **Penerimaan Marjinal**

Sebelum mendefinisikan penerimaan marjinal (*MR*), perlu diketahui konsep penerimaan total *(R)* dan penerimaan rata-rata *(AR)*. Penerimaan total adalah besarnya hasil penerimaan total yang diterima oleh perusahaan atau produsen dari penjualan sejumlah produk yang diproduksinya. Besarnya penerimaan total merupakan hasil perkalian antara jumlah produk *(Q)* dengan harga *(P)* yang terjadi karena adanya permintaan. Sedangkan penerimaan rata-rata adalah penerimaan per unit yang diperoleh dari penjualan suatu barang atau jasa pada jumlah tertentu. Fungsi permintaan rata-rata diperoleh dari hasil bagi penerimaan total dengan jumlah barang yang dijual. (Assauri, 1983).

3. Elastisitas Permintaan

Konsep elastisitas adalah konsep yang digunakan untuk mengetahui tingkat besarnya pertambahan atau penurunan jumlah yang diminta atau yang ditawarkan akan suatu barang sebagai akibat dari naik turunnya harga barang tersebut.

Elastisitas permintaan adalah merupakan angka perbandingan antara perubahan relatif dari jumlah dengan perubahan relatif dari harga. Permintaan akan suatu barang memiliki elastisitas yang beragam. (Assauri, 1983).

Untuk menentukan fungsi permintaan digunakan rumus persamaan garis, yaitu :

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

Jika $x = Q$ dan $y = P$ maka diperoleh :

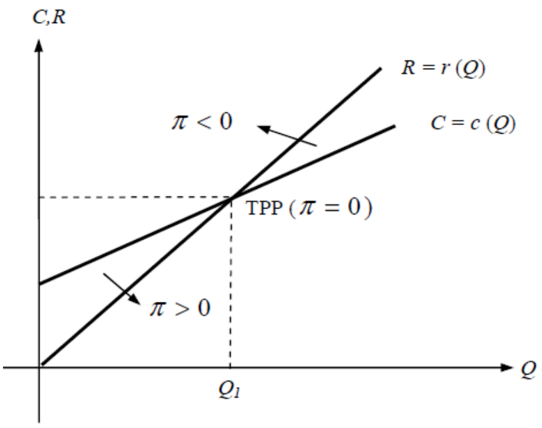
$$\frac{P-P_1}{P_2-P_1} = \frac{Q-Q_1}{Q_2-Q_1}$$

dengan P= permintaan , Q= jumlah produk, P_1 = permintaan awal, P_2 = permintaan akhir, Q_1= jumlah produk awal, dan Q_2= jumlah produk akhir.

4. Keuntungan, Kerugian dan Pulang Pokok

Dalam permasalahan analisis keuntungan maksimum dikenal suatu konsep "Pulang-Pokok" *(break-even)*, yaitu suatu konsep yang digunakan untuk menganalisis jumlah minimum produk yang harus diproduksi/dihasilkan atau terjual agar perusahaan tidak mengalami kerugian.

Secara grafik, ditunjukkan oleh perpotongan antara kurva R dan kurva C pada Gambar 6 di bawah ini:



Q : Jumlah produksi

R : Penerimaan total

C : Biaya total

π : Profit total = $R – C$

TPP : Titik pulang-pokok

Gambar 1. Perpotongan Antara Kurva R dan Kurva C yang Menggambarkan Keadaan Pulang-Pokok Suatu Perusahaan

Secara umum fungsi penerimaan dituliskan sebagai berikut :

$$R = P.Q$$

dengan R= penerimaan total, P=penerimaan, dan Q= jumlah produk

Dari penerimaan total (R) dan biaya (C) dapat dibentuk suatu fungsi keuntungan, yaitu :

$$\pi = R - C$$

dimana jika $\pi'' < 0$ maka π maksimum sehingga keuntungan akan maksimum, jika $\pi'' > 0$ maka π minimum sehingga keuntungan akan minimum (rugi) dan jika $\pi'' = 0$ maka π merupakan titik balik.

3. METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah pengambilan data dengan metode survei pada RM Ayam Bakar Wong Solo, selanjutnya dari data yang diperoleh disusun suatu model matematika secara sederhana, kemudian dicari penyelesaiannya dengan menggunakan derivatif. Dari hasil yang diperoleh dapat diinterpretasikan keuntungannya.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari hasil penelitian, didapatkan beberapa data yang diperlukan untuk dijadikan bahan penelitian dalam penulisan ini. Data yang diperoleh adalah data tentang biaya produksi, jumlah produksi, dan harga dari hasil produksi RM. Ayam Bakar Wong Solo disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel 1. Biaya Tetap yang Dikeluarkan Pada Bulan Mei 2013 – September 2014

No.	Uraian	Jumlah
1	Pajak	Rp. 35.000.000,-
2	Pemeliharaan Alat	Rp. 2.000.000,-
3	Iklan	Rp. 300.000,-
4	Gaji bulanan karyawan	Rp. 194.000.000,-
5	Listrik dan telepon	Rp. 15.000.000,-
TOTAL		Rp. 246.300.000,-

Tabel 2. Biaya Tetap yang Dikeluarkan Pada Bulan Oktober 2013 – Maret 2014

No.	Uraian	Jumlah
1	Pajak	Rp. 25.000.000,-
2	Pemeliharaan Alat	Rp. 1.500.000,-
3	Iklan	Rp. 200.000,-
4	Gaji bulanan karyawan	Rp. 180.000.000,-
5	Listrik dan telepon	Rp. 15.000.000,-
TOTAL		Rp. 222.200.000,-

Tabel 3. Hasil Produksi Pada Bulan Mei 2013 – September 2013

No.	Uraian	Volume (porsi)	Harga perporsi
1	Ayam bakar	10.400	Rp. 28.000,-
2	Mujair bakar	7.320	Rp. 45.000,-
3	Bebek goreng	4.000	Rp. 53.000,-
4	Pecel lele	9.000	Rp. 28.000,-

Tabel 4. Biaya Variabel yang Dikeluarkan Pada Bulan Oktober 2013 – Maret 2014

No.	Uraian	Biaya Variabel Total (VC)
1	Ayam bakar	Rp. 40.500.000,-
2	Mujair bakar	Rp. 64.050.000,-
3	Bebek goreng	Rp. 45.750.000,-
4	Pecel lele	Rp. 40.000.000,-

Tabel 5. Hasil Produksi Pada Bulan Oktober 2013 – Maret 2014

No.	Uraian	Volume (porsi)	Harga perporsi
1	Ayam bakar	7.600	Rp. 29.000,-
2	Mujair bakar	6.120	Rp. 46.000,-
3	Bebek goreng	2.500	Rp. 54.000,-
4	Pecel lele	6.200	Rp. 29.000,-

Tabel 6. Biaya Variabel rata-rata yang Ddikeluarkan Pada Bulan Oktober 2013 – Maret 2014

No.	Uraian	Biaya Variabel Rata-rata (AVC)
1	Ayam bakar	Rp. 5.329,-
2	Mujair bakar	Rp. 10.466,-
3	Bebek goreng	Rp. 18.300,-
4	Pecel lele	Rp. 6.451,-

Dari tabel-tabel yang disajikan di atas dapat dijelaskan tentang analisis keuntungan masing-masing menu sebagai berikut :

a. Analisis keuntungan untuk menu ayam

Dari Tabel 2 dan Tabel 6 dapat disusun suatu fungsi biaya (C) yaitu :

$$C = 222.200.000 + 5.329\ Q$$

dan dari Tabel 3 dan Tabel 5 dapat disusun suatu fungsi harga (P) yaitu :

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$\frac{P - 28.000}{29.000 - 28.000} = \frac{Q - 10.400}{7.600 - 10.400}$$

$$P \ = -0,36Q + \ 31.744$$

Sehingga diperoleh fungsi penerimaan, yaitu :

$$R = P.Q$$

$$R = -0,36Q^2 + \ 31.744\ Q$$

Selanjutnya diperoleh fungsi keuntungan, yaitu :

$$\pi = R - C$$

$$\pi = (-0,36Q^2 + \ 31.744Q) - (222.200.000 + 5.329Q)$$

$$\pi = -0,36\ Q^2 + \ 26.415\ Q - 222.200.000$$

Dari fungsi keuntungan di atas, jika dicari derivatif pertamanya dan disamadengankan nol, maka akan diperoleh suatu titik kritis, yaitu :

$$\pi' = 0$$

$$-0,72Q + 26.415 = 0$$

$$Q = 36.688$$

Jadi, diperoleh titik kritis $Q = 36.688$, artinya perusahaan memproduksi sebanyak 36.688 porsi dalam 5 bulan.
Untuk membuktikan apakah titik tersebut merupakan titik maksimum atau minimum, digunakan uji derivatif kedua, yaitu:

$$\pi' = -0,72\, Q + 26.415$$
$$\pi'' = -0,72$$

Karena hasil uji derivatif kedua negatif ($\pi'' < 0$)), maka dapat disimpulkan bahwa titik tersebut merupakan titik maksimum. Hal ini juga menunjukkan bahwa Perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimum pada tingkat produksi 36.688 porsi dalam 5 bulan dengan keuntungan sebesar :

$$\pi = -0,36Q^2 + 26.415\, Q - 222.200.000$$
$$\pi = -0,36(36.688)^2 + 26.415(36.688) - 222.200.000$$
$$\pi = 262.350.157$$

Di samping itu, untuk memperoleh keuntungan harga minimal yang harus ditetapkan oleh perusahaan tersebut adalah

$$P = -0,36(36.688) + 31.744$$
$$P = 18.536$$

Jadi untuk memperoleh keuntungan, harga minimal adalah Rp 18.536 per porsi.

b. Analisis keuntungan untuk menu mujair
Dari Tabel 2 dan Tabel 6 dapat disusun suatu fungsi biaya (C) yaitu :

$$C = 222.200.000 + 10.466\, Q$$

dan dari Tabel 3 dan Tabel 5 dapat disusun suatu fungsi harga (P) yaitu :

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$
$$\frac{P - 45.000}{46.000 - 45.000} = \frac{Q - 7.320}{6.120 - 7.320}$$
$$P = -0,83\, Q + 51.076$$

Sehingga diperoleh fungsi penerimaan, yaitu :

$$R = P.Q$$
$$R = -0,83\, Q^2 + 51.076\, Q$$

Selanjutnya diperoleh fungsi keuntungan, yaitu :

$$\pi = R - C$$
$$\pi = (-0,83Q^2 + 51.076\, Q) - (222.200.000 + 5.329\, Q)$$
$$\pi = -0,83\, Q^2 + 40.610\, Q - 222.200.000$$

Dari fungsi keuntungan di atas, jika dicari derivatif pertamanya dan disamadengankan nol,maka akan diperoleh suatu titik kritis, yaitu :

$$\pi' = 0$$
$$-1,66\, Q + 40.610 = 0$$
$$Q = 24.464$$

Jadi, diperoleh titik kritis $Q = 24.464$, artinya perusahaan memproduksi sebanyak 24.464 porsi dalam 5 bulan.
Untuk membuktikan apakah titik tersebut merupakan titik maksimum atau minimum, digunakan uji derivatif kedua, yaitu:

$$\pi' = -1,66\, Q + 40.610$$
$$\pi'' = -1,66$$

Karena hasil uji derivatif kedua negatif ($\pi'' < 0$)), maka dapat disimpulkan bahwa titik tersebut merupakan titik maksimum. Hal ini juga menunjukkan bahwa Perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimum pada tingkat produksi 24.464 porsi dalam 5 bulan dengan keuntungan sebesar :

$$\pi = -0,83Q^2 + 40.610\, Q - 222.200.000$$
$$\pi = -0,83(24.464)^2 + 40.610(24.464) - 222.200.000$$
$$\pi = 274.538.584$$

Di samping itu, untuk memperoleh keuntungan harga minimal yang harus ditetapkan oleh perusahaan tersebut adalah

$$P = -0{,}83(24.464) + \quad 51.076$$
$$P = 30.770$$

Jadi untuk memperoleh keuntungan, harga minimal adalah Rp 30.770 per porsi.

c. Analisis keuntungan untuk menu bebek

Dari Tabel 2 dan Tabel 6 dapat disusun suatu fungsi biaya (C) yaitu :

$$C = 222.200.000 + 18.300\ Q$$

dan dari Tabel 3 dan Tabel 5 dapat disusun suatu fungsi harga (P) yaitu :

$$\frac{P-P_1}{P_2-P_1} = \frac{Q-Q_1}{Q_2-Q_1}$$
$$\frac{P-53.000}{54.000-53.000} = \frac{Q-4.000}{2.500-4.000}$$
$$P \ = -0{,}7\ Q + \ 55.800$$

Sehingga diperoleh fungsi penerimaan, yaitu :

$$R = P.Q$$
$$R = -0{,}7\ Q^2 + \ 55.800\ Q$$

Selanjutnya diperoleh fungsi keuntungan, yaitu :

$$\pi = R - C$$
$$\pi = (-0{,}7\ Q^2 + \ 55.800\ Q) - (222.200.000 + 18.300\ Q)$$
$$\pi = -0{,}7\ Q^2 + \ 37.500\ Q - 222.200.000$$

Dari fungsi keuntungan di atas, jika dicari derivatif pertamanya dan disamadengankan nol,maka akan diperoleh suatu titik kritis, yaitu :

$$\pi' \ = 0$$
$$-1{,}4\ Q + 37.500 \ = 0$$
$$Q \ = 26.786$$

Jadi, diperoleh titik kritis $Q = 26.786$, artinya perusahaan memproduksi sebanyak 26.786 porsi dalam waktu 5 bulan.

Untuk membuktikan apakah titik tersebut merupakan titik maksimum atau minimum, digunakan uji derivatif kedua, yaitu:

$$\pi' \ = -1{,}4\ Q + 37.500$$
$$\pi'' = -1{,}4$$

Karena hasil uji derivatif kedua negatif ($\pi'' < 0$)), maka dapat disimpulkan bahwa titik tersebut merupakan titik maksimum. Hal ini juga menunjukkan bahwa Perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimum pada tingkat produksi 26.786 porsi dalam 5 bulan dengan keuntungan sebesar :

$$\pi = -0{,}7Q^2 + \ 37.500\ Q - 222.200.000$$
$$\pi = -0{,}7(26.786)^2 + 37.500(26.786) - 222.200.000$$
$$\pi = 280.032.143$$

Di samping itu, untuk memperoleh keuntungan harga minimal yang harus ditetapkan oleh perusahaan tersebut adalah

$$P = -0{,}7(26.786) + \quad 55.800$$
$$P = 37.050$$

Jadi untuk memperoleh keuntungan, harga minimal adalah Rp 37.050 per porsi.

d. Analisis keuntungan untuk menu lele

Dari Tabel 2 dan Tabel 6 dapat disusun suatu fungsi biaya (C) yaitu :

$$C = 222.200.000 + 6.451\ Q$$

dan dari Tabel 3 dan Tabel 5 dapat disusun suatu fungsi harga (P) yaitu :

$$\frac{P-P_1}{P_2-P_1} = \frac{Q-Q_1}{Q_2-Q_1}$$
$$\frac{P-28.000}{29.000-28.000} = \frac{Q-9.000}{6.200-9.000}$$
$$P \ = -0{,}3\ Q + \ 30.700$$

Sehingga diperoleh fungsi penerimaan, yaitu :

$$R = P.Q$$
$$R = -0{,}3\,Q^2 + \;\; 30.700\,Q$$

Selanjutnya diperoleh fungsi keuntungan, yaitu :

$$\pi = R - C$$
$$\pi = (-0{,}3\,Q^2 + \;\; 30.700\,Q) - (222.200.000 + 6.451\,Q)$$
$$\pi = -0{,}3\,Q^2 + \;\; 24.249\,Q - 222.200.000$$

Dari fungsi keuntungan di atas, jika dicari derivatif pertamanya dan disamadengankan nol,maka akan diperoleh suatu titik kritis, yaitu :

$$\pi' = 0$$
$$-0{,}6\,Q + 24.249 = 0$$
$$Q = 40.415$$

Jadi, diperoleh titik kritis $Q = 40.415$, artinya perusahaan memproduksi sebanyak 40.415 porsi dalam 5 bulan.

Untuk membuktikan apakah titik tersebut merupakan titik maksimum atau minimum, digunakan uji derivatif kedua, yaitu:

$$\pi' = -0{,}6\,Q + 24.249$$
$$\pi'' = -0{,}6$$

Karena hasil uji derivatif kedua negatif ($\pi'' < 0$)), maka dapat disimpulkan bahwa titik tersebut merupakan titik maksimum. Hal ini juga menunjukkan bahwa Perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimum pada tingkat produksi 40.415 porsi dalam 5 bulan dengan keuntungan sebesar :

$$\pi = -0{,}3Q^2 + \;\; 24.249\,Q - 222.200.000$$
$$\pi = -0{,}3(40.415)^2 + 24.249\,5(40.415) - 222.200.000$$
$$\pi = 267.811.668$$

Di samping itu, untuk memperoleh keuntungan harga minimal yang harus ditetapkan oleh perusahaan tersebut adalah

$$P = -0{,}3(40.4156) + \quad 30.700$$
$$P = 18.575$$

Jadi untuk memperoleh keuntungan, harga minimal adalah Rp 18.575 per porsi.

5. KESIMPULAN

Dari uraian dan perhitungan dalam pembahasan di atas menunjukkan bahwa untuk mengaplikasikan derivatif dalam permasalahan keuntungan maksimum harus menyusun suatu model matematika dari masing-masing jenis menu yang ada di RM Ayam Bakar Wong Solo, kemudian ditentukan penyelesaiannya. Hasil yang diperoleh dari perhitungan dapat menginterpretasikan bahwa perusahaan tersebut mengalami keuntungan maksimum karena hasil penderivatifan kedua adalah negatif untuk semua jenis menu.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Assauri, S. 1983. *Matematika Ekonomi*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada

[2] Dumairy. 1999. *Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta:BPFE-Yogyakarta

[3] Nasoetion, A H. 1980. *Landasan Matematika*. Jakarta: Bhatara Karya Aksara.

[4] Nugroho, B.Yuliarto dkk. 2014. Matematika Ekonomi dan Bisnis. Jakarta: PT. Raja GrafindoPersada.

[5] Purcell, E.J. & Varberg, D. 1992. Kalkulus dan Geometri Analaitis. Terjemahan oleh I.Nyoman Susila, Bana Kartasasmita, dan Rawuh. Jakarta: Erlangga

[6] Purcell, E.J. & Varberg, D. 2007. Kalkulus I . Terjemahan oleh I.Nyoman Susila, Bana Kartasasmita, dan Rawuh. Jakarta: Erlangga